

**ЗАДАНИЯ №26 ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ****КОМБИНАЦИЯ МНОГОУГОЛЬНИКОВ И ОКРУЖНОСТЕЙ**

- 1) Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
- 2) Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 6. Окружность радиуса 4,5 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
- 3) В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
- 4) В параллелограмме  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$ . Точка  $O$  является центром окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Расстояния от точки  $O$  до точки  $A$  и прямых  $AD$  и  $AC$  соответственно равны 10, 8 и 6. Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
- 5) В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 14$ ,  $BC = 12$ .
- 6) В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 15$ ,  $BC = 14$ .
- 7) В выпуклом четырёхугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырёхугольника  $NPQM$  можно описать окружность,  $PQ = 14$ ,  $SQ = 4$ .
- 8) В выпуклом четырёхугольнике  $NPQM$  диагональ  $NQ$  является биссектрисой угла  $PNM$  и пересекается с диагональю  $PM$  в точке  $S$ . Найдите  $NS$ , если известно, что около четырёхугольника  $NPQM$  можно описать окружность,  $PQ = 86$ ,  $SQ = 43$ .
- 9) Из вершины прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$  проведена высота  $CP$ . Радиус окружности, вписанной в треугольник  $BSP$ , равен 96, тангенс угла  $BAC$  равен  $\frac{8}{15}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

- 10) Из вершины прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$  проведена высота  $CP$ . Радиус окружности, вписанной в треугольник  $ACP$ , равен 4, тангенс угла  $BAC$  равен  $\frac{3}{4}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
- 11) На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  взята точка  $D$  так, что окружность, проходящая через точки  $A$ ,  $C$  и  $D$ , касается прямой  $BC$ . Найдите  $AD$ , если  $AC = 40$ ,  $BC = 34$  и  $CD = 20$ .
- 12) На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  взята точка  $D$  так, что окружность, проходящая через точки  $A$ ,  $C$  и  $D$ , касается прямой  $BC$ . Найдите  $AD$ , если  $AC = 38$ ,  $BC = 34$  и  $CD = 19$ .
- 13) Диагонали четырёхугольника  $ABCD$ , вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle ABC = 72^\circ$ ,  $\angle BCD = 102^\circ$ ,  $\angle AMD = 110^\circ$ . Найдите  $\angle ACD$ .
- 14) Диагонали четырёхугольника  $ABCD$ , вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $\angle ABC = 74^\circ$ ,  $\angle BCD = 102^\circ$ ,  $\angle AMD = 112^\circ$ . Найдите  $\angle ACD$ .
- 15) Длина катета  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равна 8. Окружность с диаметром  $AC$  пересекает гипотенузу  $AB$  в точке  $M$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AM : MB = 16 : 9$ .
- 16) Длина катета  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равна 3. Окружность с диаметром  $AC$  пересекает гипотенузу  $AB$  в точке  $M$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AM : MB = 9 : 16$ .
- 17) На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.
- 18) На каждой из двух окружностей с радиусами 2,5 и 6 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.
- 19) Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Длина стороны  $AC$  равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника  $ABC$ .
- 20) Медиана  $BM$  треугольника  $ABC$  является диаметром окружности, пересекающей сторону  $BC$  в её середине. Найдите длину стороны  $AC$ , если радиус описанной окружности треугольника  $ABC$  равен 7.
- 21) Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 25$  и  $CD = 16$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB = 60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

- 22) Четырёхугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 11$  и  $CD = 41$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причём  $\angle AKB = 60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.
- 23) Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM = 17$  и  $MB = 19$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 24) Биссектриса  $CM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $AB$  на отрезки  $AM = 12$  и  $MB = 18$ . Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$ , проходящая через точку  $C$ , пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 25) В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $120^\circ$ , а длина стороны  $AB$  на  $3\sqrt{3}$  меньше полупериметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны  $BC$  и продолжений сторон  $AB$  и  $AC$ .
- 26) В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $120^\circ$ , а длина стороны  $AB$  на  $7\sqrt{3}$  меньше полупериметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны  $BC$  и продолжений сторон  $AB$  и  $AC$ .
- 27) В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB = 84$ ,  $AC = 98$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 28) В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон  $AB = 36$ ,  $AC = 48$ , точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ . Прямая  $BD$ , перпендикулярная прямой  $AO$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Найдите  $CD$ .
- 29) Окружность проходит через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает его стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $E$  соответственно. Отрезки  $AE$  и  $CK$  перпендикулярны. Найдите  $\angle ABC$ , если  $\angle KCB = 20^\circ$ .
- 30) Окружность проходит через вершины  $A$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает его стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $E$  соответственно. Отрезки  $AE$  и  $CK$  перпендикулярны. Найдите  $\angle ABC$ , если  $\angle KCB = 10^\circ$ .
- 31) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 8, катет  $BC$  равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой  $BC$ .
- 32) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 5, катет  $BC$  равен 12. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой  $BC$ .

- 33) Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$ .
- 34) Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$ .
- 35) На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  ( $AB \neq AC$ ) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD = 27$ ,  $MD = 18$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .
- 36) На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  ( $AB \neq AC$ ) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD = 15$ ,  $MD = 3$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .
- 37) В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 49 и 21, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB = 20$ .
- 38) В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 34 и 14, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB = 12$ .
- 39) В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $17:15$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 16$ .
- 40) В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $5:4$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 12$ .
- 41) Высоты остроугольного треугольника  $ABC$ , проведённые из точек  $B$  и  $C$ , продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Оказалось, что отрезок  $B_1C_1$  проходит через центр описанной окружности. Найдите угол  $BAC$ .

## ОТВЕТЫ

1) 4,5. 2) 2. 3) 168. 4) 672. 5)  $2\sqrt{42}$ . 6)  $\sqrt{210}$ . 7) 45. 8) 129. 9) 204. 10) 5.  
11) 51. 12) 51. 13)  $52^\circ$ . 14)  $54^\circ$ . 15) 24. 16) 6. 17) 4,8. 18)  $60/13$ . 19) 2. 20)  
14. 21)  $\sqrt{427}$ . 22)  $\sqrt{751}$ . 23) 161,5. 24) 36. 25) 3. 26) 7. 27) 26. 28) 21. 29)  
 $50^\circ$ . 30)  $70^\circ$ . 31)  $289/16$ . 32) 16,9. 33) 5,4. 34) 8. 35) 15. 36) 14,4. 37) 25.  
38) 14,4. 39) 17. 40) 10. 41)  $45^\circ$ .

math100.ru